

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – febbraio 2024**



**Domanda 1 (punti 3, 6\*\*).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x+2)}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}$$

Dominio	$E = (-2, 1) \cup (5, +\infty)$
Positività	$P = (-1, 1) \cup (5, +\infty)$
Intersezioni	$A(-1; 0) \quad B(0; (\log 2) / \sqrt{5})$

**Domanda 2 (punti 3, 6\*\*).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - 2x + 4)$  e  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 \cdot \log(x-3)}{x^2 - 6x + 8}$

Soluzioni	13/4; 8
-----------	---------

**Domanda 3 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 4}$

Derivata prima	$f' = -\frac{x \cdot (x^3 - 8)}{(x^3 + 4)^2} \quad E = \mathbb{R} / \{-\sqrt[3]{4}\}$
Estremi	$m(0; 0) \quad M(2; 1/3)$ cresce in $(0, 2)$

**Domanda 4 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = x \cdot e^{1-4x}$

Derivata prima	$f' = e^{1-4x} \cdot (1 - 4x) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 8e^{1-4x} \cdot (2x - 1)$
Insieme di convessità Flessi	$F(1/2; e^{-1}/2) \quad \text{convessa in } (1/2, +\infty)$

**Domanda 5 (punti 2, 6\*\*).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{\sqrt{4x^4 + 2x^2 + 5}}{x^2 - 1}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-1, 1\}$
As. verticali	$x = -1, x = 1$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left( \frac{2x-1}{5x+1} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \log \left( \frac{x}{5} + 1 \right) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{25}(10x - 7 \log(5x+1))$ $\frac{2}{5} - \frac{7 \log 6}{25} \approx -0,1017$
Integrale indefinito	$x \cdot \log \left( \frac{x}{5} + 1 \right) - x + 5 \log(x+5) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + k \cdot y + k \cdot z = 2 \\ -4x + y + 2z = 1 \\ k \cdot x + 2y + 4z = 4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -8; 0$ : incompatibile $k \neq -8; 0$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{2}{k+8}; y = -\frac{k^2+12k-28}{k^2+8k}; z = \frac{k^2+14k-14}{k^2+8k}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 + 2x \cdot y + 4x + 2y^2 + 2y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x + 2y = 1$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x + 2y + 4 \quad f_y = 2x + 4y + 2$
Estremi liberi	$m(-3; 1) \quad z = -4 \quad H = 4$
Estremi vincolati	$m(-3; 2) \quad \lambda = 2 \quad z = -2$ $H = -4$

**Domande teoriche.**

- 1) Definizione di derivata con significato geometrico (punti 2, 4\*)
- 2) Condizioni per un punto di flesso a tangente orizzontale (punti 2, 4\*)
- 3) Definizione di punto di sella con condizioni necessarie e sufficienti (punti 2, 4\*)

Punteggi solo II parte contrassegnati con \* (solo I parte con \*\*).